

Configurations évanouissantes au jeu de la vie

Jean-Paul Delahaye

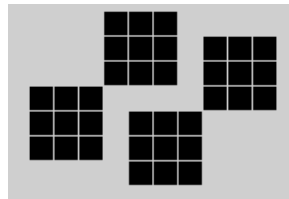
Voir le *Jeu de la vie* : http://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_la_vie

Le sujet peut s'étudier à la main (au début) mais l'utilisation du logiciel gratuit Golly (<http://golly.sourceforge.net/>) permettra d'aller plus loin.

Le sujet ne demande pas de connaissances particulières (sauf les règles du jeu), il faut juste savoir imaginer et combiner des configurations en tentant de deviner ce qui se passe.

Le sujet conduit à des raisonnements combinatoires et de dénombrements, à un travail d'imagination pour modifier, associer et transformer des résultats déjà obtenus en nouveaux résultats.

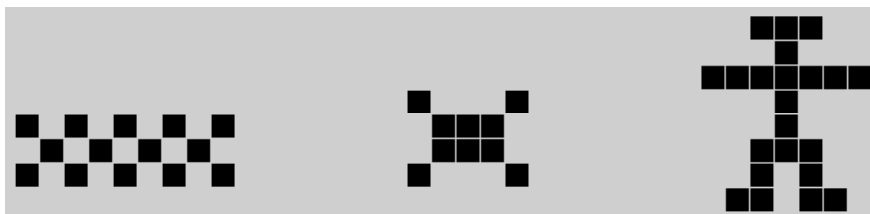
Définition de "configuration évanouissante" : une configuration qui finit par disparaître complètement. En voici un exemple :



Essayez-la. Les étapes de la disparition sont :



Définition de "configuration connexe" : les cellules vivantes doivent toutes se toucher.



Diamètre d'une configuration : la longueur du côté du plus petit carré qui contient la configuration.

La première configuration des exemples ci-dessus a pour diamètre 9. La seconde 5. La troisième 8.

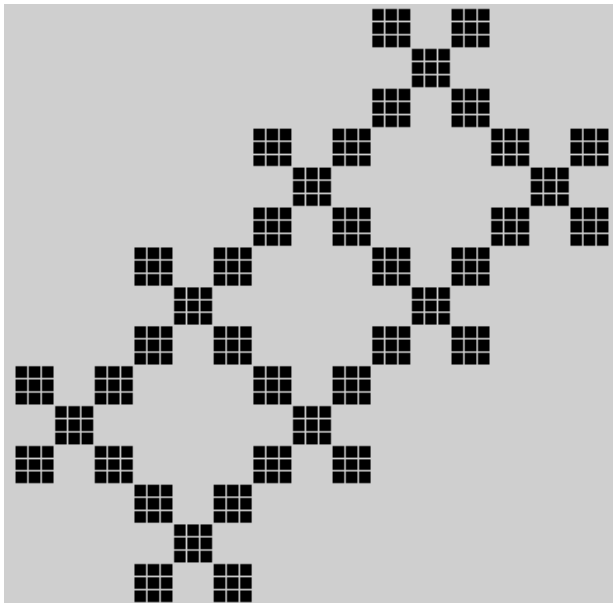
Question 1

Les premières questions sont faciles : il y a de très nombreuses façons de les résoudre.

(a) Pour tout entier n , trouver des configurations évanouissantes de n cellules.

(b) Pour tout entier n , trouver des configurations évanouissantes connexes de n cellules.

Voici un exemple de configuration évanouissante connexe :



Question 2

Proposer et étudier diverses méthodes pour construire des configurations évanouissantes et des configurations évanouissantes connexes.

Question 3

Trouvez des configurations évanouissantes connexes qui disparaissent en une étape.

Question 4

Pour tout entier n trouver des configurations évanouissantes qui disparaissent complètement après n étapes exactement.

Question 5

Pour tout entier n , et tout entier m , trouver des configurations de m cellules exactement qui disparaissent complètement après exactement n étapes.

Question 6

Trouver des configurations qui disparaissent complètement après exactement n étapes, et qui ont un diamètre au plus m

Constituer des tableaux de records et prouver que certains résultats de ces tableaux sont les meilleurs possibles.

Tableau de records 1

Pour chaque entier n (pour $n = 2, 3, 4, 5$) la configuration évanouissantes la plus grande (en nombres de cellules vivantes initiales) de diamètre n .

Tableau de records 2

Pour chaque entier n (pour $n = 2, 3, 4, 5$) la configuration évanouissante de diamètre au plus n qui vit le plus longtemps.

Question 7

Même question en imposant en plus la connexité

Question 8

Quel est le maximum (respectivement le minimum) de cellules d'une configuration qui disparaît exactement au bout de n étapes ?